

# CORRECTION TD - MF2

## EXERCICES À MAÎTRISER

### Ex. n°1 • Réfrigérateur

☆☆☆ 8167

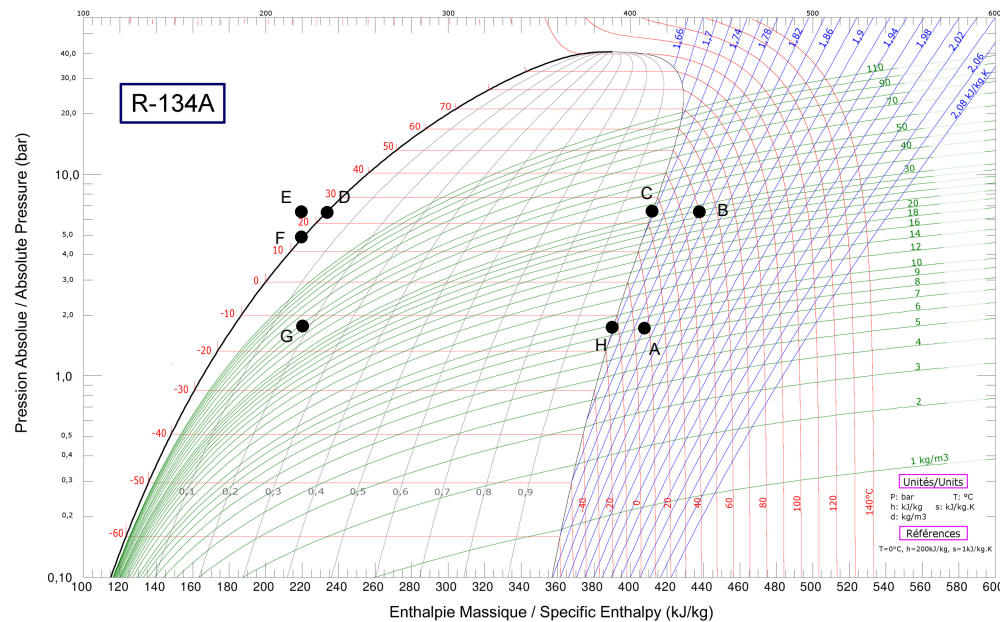
1) A → B : compression adiabatique réversible

B → E : détente isobare

E → G : détente isenthalpique

G → A : compression isobare

2)



On peut lire graphiquement :

	$P$ (bar)	$T$ (°C)	$h$ (kJ · kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ · K <sup>-1</sup> · kg <sup>-1</sup> )	$x$
A	1,8	5	405	1,80	1
B	6,65	50	435	1,80	1
C	6,65	25	410	1,69	1
D	6,65	25	235	×	0
E	6,65	15	220	×	0
F	6,65	15	220	×	0
G	1,8	-15	220	×	0,19
H	1,8	-15	390	1,73	1

3) On a :

$$\begin{cases} h_B - h_A = w_u = 30 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} > 0 \\ h_E - h_B = q_c = -215 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} < 0 \\ h_G - h_E = 0 \\ h_A - h_G = q_f = 185 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} > 0 \end{cases}$$

4) C'est un réfrigérateur :

$$\text{COP} = \frac{q_f}{w_u} = 6,17$$

Cas de Carnot

$$\text{COP}_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 27,8 > \text{COP}$$

5) Pour une pompe à chaleur :

$$\text{COP} = -\frac{q_c}{w_u} = 7,17$$

6) Pour une PCI ou un GP :

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

On se place autour de  $T = 20^\circ\text{C}$  (car les  $c_p$  dépendent en réalité de  $T$ ). Par exemple, on choisit un  $\Delta T$  entre  $0^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ . On mesure graphiquement le  $\Delta h$  correspondant.

Pour le GP, on se place aux plus basses pression possibles :

$$c_{p,GP} = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{438 - 406}{40 - 0} = 0,80 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Pour la PCI, on se place sur la courbe d'ébullition

$$c_{p,PCI} = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{256 - 200}{40 - 0} = 1,4 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

7) On peut lire graphiquement :

$$\begin{cases} \Delta_{\text{vap}}(P_{\min}) = 390 - 180 = 110 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \Delta_{\text{vap}}(P_{\max}) = 410 - 235 = 175 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \end{cases}$$

8) Théorème des moments :

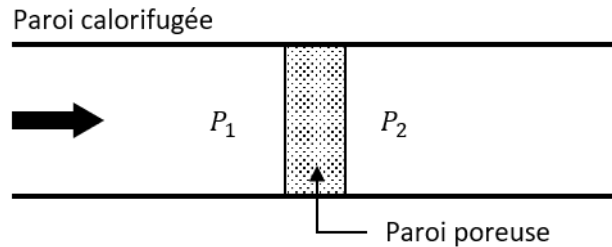
$$x = \frac{220 - 180}{390 - 180} = 0,19$$

### Ex. n°2 • Détente de Joule Kelvin

☆☆☆

0925

1) On note  $\Sigma$  un système ouvert englobant la paroi,  $\delta m_e$  la masse entrante dans  $\Sigma$  pendant l'intervalle de temps  $dt$  et  $\delta m_s$  la masse sortante de  $\Sigma$  pendant l'intervalle de temps  $dt$ .



On note :  $\Sigma^*(t) = \{\Sigma + \delta m_e\}$  et  $\Sigma^*(t + dt) = \{\Sigma + \delta m_s\}$  un système fermé aux instants  $t$  et  $t + dt$ .

Par conservation de la masse :  $m(\Sigma^*)$  est constant. De plus, l'écoulement étant stationnaire,  $m(\Sigma)$  est constant dans le temps. On en déduit :  $\delta m_e = \delta m_s$ .

2) On applique le premier principe à  $\Sigma^*$  pendant l'intervalle de temps  $dt$ .

$$d(u + e_c + e_p) = -Pdv + w_u + q$$

Or :  $q = 0$  par parois calorifugées ;  $w_u = 0$  par pas de pièces mobiles ;  $de_p = 0$  par hypothèse. Ainsi,

$$d(u + e_c) = -Pdv \Rightarrow d(h + e_c) = 0$$

Or, pour toute grandeur additive  $y$ , on a :

$$dy = y_{\Sigma(t+dt)} - y_{\Sigma(t)} = \underbrace{y_{\Sigma(t+dt)} - y_{\Sigma(t)}}_{=0} + y_2 - y_1 = \Delta y$$

On en déduit :

$$\Delta(h + e_c) = 0$$

La détente est isenthalpique lorsqu'on peut négliger la variation d'énergie cinétique.

3) Pour un gaz parfait la température est constante ou une phase condensée incompressible, on en déduit que la température est constante car :

$$\Delta H = C_p \Delta T = 0$$

4) L'enthalpie molaire vaut :

$$H_m = U_m + PV_m$$

Ainsi,

$$\Delta H_m = 0 = \Delta(U_m + PV_m) = \Delta(U_m + bP + RT) = \Delta\left(\frac{5}{2}RT + bP\right)$$

On en déduit :

$$b = -\frac{5R}{2} \times \frac{\Delta T}{\Delta P}$$

On a forcément  $\Delta P < 0$  pour que l'écoulement aille de gauche à droite. Selon le signe de  $b$ , on peut donc soit chauffer un gaz ( $b > 0$ ), soit le refroidir ( $b < 0$ ) à l'aide de cette détente.

### Ex. n°3 • Effet Joule en écoulement stationnaire

☆☆☆

1817

Premier principe appliqué au système ouvert de fluide traversant le volume entourant la résistance :

$$D_m \Delta(h + e_m) = Ri^2 + \mathcal{P}_{th}$$

On suppose que le parois sont calorifugées :  $\mathcal{P}_{th} = 0$ . On néglige les variations d'énergie mécanique :  $\Delta e_m = 0$ . On suppose le fluide incompressible et indilatable :

$$\Delta h = c \, \Delta T$$

On en déduit :

$$\Delta T = \frac{Ri^2}{D_m c}$$

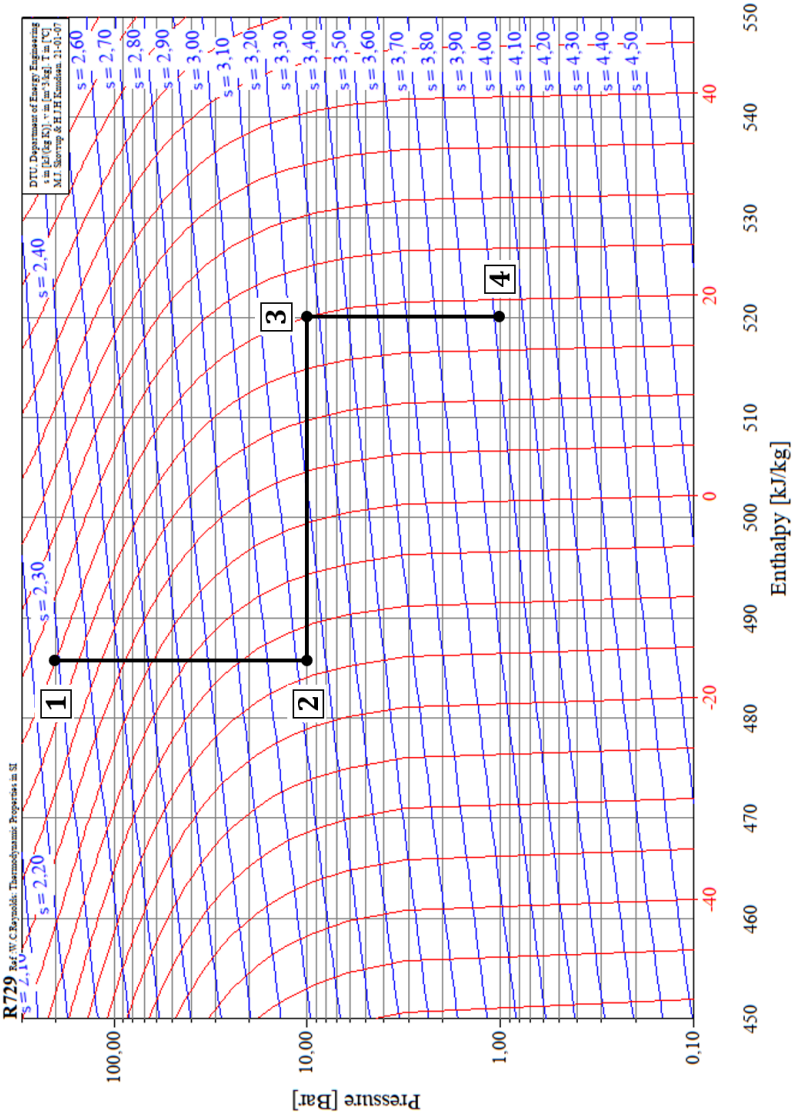
On note que la différence de température diverge aux faibles débits, car on a supposé ici que toute le travail électrique était converti en enthalpie en sortie de canal. Hors, aux faibles débits, le liquide en entrée va aussi chauffer.

Ex. n°4 • Détendeur de plongée

☆☆☆

7845

1) Graphe :



2) À la fin de la première détente, on lit sur le diagramme  $T_2 = -12\text{ °C}$ , ce qui est très inférieur à  $T_1 = 20\text{ °C}$ . Le modèle du gaz parfait permet d'appliquer la loi de Joule :  $\Delta h = c_p \, \Delta T$ . Cette détente étant isenthalpique, elle aurait dû être isotherme si l'air s'était comporté en gaz parfait !

On peut se rendre compte que la loi de Joule n'est pas valable car les isothermes (courbes rouges) et les isenthalpes (verticales) ne sont pas du tout confondues au cours de l'étape  $1 \rightarrow 2$ , contrairement à ce qu'elle prévoit.

3) La température à la fin de la seconde détente vaut  $T_4 = 18^\circ\text{C}$ , ce qui n'est pas très différent de la température de l'eau dans laquelle nage le plongeur.

4) Ce qui caractérise un gaz parfait dans un diagramme des frigoristes est la présence d'isothermes verticales : c'est au point 4 qu'on s'en approche le plus. D'après l'équation d'état des gaz parfaits, la masse d'air inspirée en une inspiration vaut :

$$m = \frac{MP_4V}{RT_4} = 6,0 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

5) Un tube ne possède pas de pièce mobile, le fluide ne reçoit donc pas de travail. D'après le premier principe industriel appliqué au fluide en écoulement stationnaire entre le début et la fin du tube séparant les deux détenteurs :

$$\Delta H = m(h_3 - h_2) = Q_{23} \Rightarrow Q_{23} = 21 \text{ J}$$

par lecture graphique du diagramme :  $h_2 = 485 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $h_3 = 520 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

D'après le second principe, la variation d'entropie de la masse d'air pendant tout le processus vaut :

$$\Delta S = m(s_4 - s_1) = S_e + S_c = \frac{Q_{tot}}{T_{eau}} + S_c = \frac{Q_{23}}{T_{eau}} + S_c$$

Par lecture graphique :  $s_4 = 3,92 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $s_1 = 2,30 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Donc :

$$S_c = m(s_4 - s_1) - \frac{Q_{tot}}{T_{eau}} = 0,90 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

#### Ex. n°5 • Robinet mélangeur



2097

1) La conservation de la matière implique la conservation du débit soit un débit en sortie :  $D_s = D_1 + D_2$ . Un mélangeur peut être considéré adiabatique en première approximation, ne dispose pas de partie mobile, ainsi le premier principe appliqué au système ouvert deux entrées et une sortie donne :

$$h_s D_s - h_1 D_1 - h_2 D_2 = 0$$

Pour se convaincre de cette forme de premier principe généralisé, on pourra reprendre la démonstration du cours mais en ayant cette fois  $dm_s = dm_1 + dm_2$  la conservation de la matière traversant le système ouvert durant une durée  $dt$ .

L'enthalpie massique d'un liquide supposé incompressible ne dépend que de la température via  $h = cT$ , on peut donc réécrire le premier principe sous la forme

$$T_s D_s - T_1 D_1 - T_2 D_2 = 0 \Rightarrow T_s = \frac{T_1 D_1 + T_2 D_2}{D_1 + D_2} = 302 \text{ K}$$

2) On applique le deuxième principe sur { l'eau chaude + l'eau froide } qui est un système parfaitement calorifugé, donc  $S_e = 0$ .

$$\Delta \dot{S} = \dot{S}_c \quad \text{avec :} \quad \Delta \dot{S} = s_s D_s - s_1 D_1 - s_2 D_2$$

Ainsi,

$$\dot{S}_c = D_s c \ln(T_s) - D_1 c \ln(T_1) - D_2 c \ln(T_2) = 0,39 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

## POUR ALLER PLUS LOIN

#### Ex. n°6 • Chauffe eau solaire



6304

1) On applique le premier principe sur le fluide dans le panneau solaire (système ouvert avec débit massique constant). Les variations d'énergie mécaniques sont négligées  $\Delta \mathcal{E}_m$ . Il n'y a pas de pièces mobiles donc  $\mathcal{P}_u = 0$ .

$$D \Delta h = \mathcal{P}_{th} \Rightarrow \mathcal{P}_{th} = Dc(T_1 - T_4) = 2,34 \text{ kW}$$

On en déduit le rendement de conversion :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{th}}{\mathcal{P}_{solaire}} = \frac{2340}{6 \times 600} = 0,65$$

2) On applique le premier principe sur le fluide dans le tuyau entre le panneau solaire et le ballon (système ouvert avec débit massique constant). Les variations d'énergie mécaniques sont négligées  $\Delta \mathcal{E}_m$ . Il n'y a pas de pièces mobiles donc  $\mathcal{P}_u = 0$ .

$$D \Delta h = \mathcal{P}_1 \Rightarrow \mathcal{P}_1 = Dc(T_2 - T_1) = -390 \text{ W}$$

Même chose pour le tuyau qui passe par la pompe :

$$\mathcal{P}_2 = Dc(T_4 - T_3) = -390 \text{ W}$$

On en déduit les pertes totales :

$$\mathcal{P}_{perdue} = 780 \text{ W}$$

Pour réduire les pertes, il faut mieux calorifuger les tuyaux ou les raccourcir.

3) Puisque le ballon est parfaitement calorifugé, l'intégralité de la puissance perdue par le fluide caloporteur est reçue par l'eau du ballon.

On applique le premier principe sur le fluide dans le tuyau entre le panneau solaire et le ballon (système ouvert avec débit massique constant). Les variations d'énergie mécaniques sont négligées  $\Delta \mathcal{E}_m$ . Il n'y a pas de pièces mobiles donc  $\mathcal{P}_u = 0$ .

$$\mathcal{P}_{\text{eau} \rightarrow \text{fluide}} = Dc(T(t) - T_2) = -390 \text{ W}$$

On applique le premier principe sur l'eau du ballon (système fermé, transformation monobare) :

$$dH = m_e c_e dT = Q_{\text{fluide} \rightarrow \text{eau}} = -Q_{\text{eau} \rightarrow \text{fluide}} = -Dc(T(t) - T_2) dt$$

On en déduit :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_2}{\tau} \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{\rho_e V c_e}{Dc} = 4,3 \times 10^3 \text{ s}$$

4) La solution est :

$$T(t) = T_2 + (T_i - T_2) e^{-t/\tau}$$

Il faut donc attendre un temps  $t_b$  défini par :

$$T_3 = T_2 + (T_i - T_2) e^{-t_b/\tau} \Rightarrow t_b = \tau \ln\left(\frac{T_i - T_2}{T_3 - T_2}\right) = 6,7 \times 10^3 \text{ s}$$

5) L'eau dans le ballon constitue un système ouvert qui reçoit une puissance thermique de la part du fluide caloporteur  $Dc(T_2 - T_3)$  et perd une puissance thermique du fait de la consommation d'eau  $D_e c_e (T_{ch} - T_{fr})$ . Ainsi, en régime permanent, le premier principe donne :

$$0 = Dc(T_2 - T_3) - D_e c_e (T_{ch} - T_{fr})$$

Ainsi,

$$D_e = \frac{Dc}{c_e} \frac{T_2 - T_3}{T_{ch} - T_{fr}} = 26,7 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$$

### Ex. n°7 • Compresseur étagé



8154

1) La compression est adiabatique réversible : on applique donc la loi de Laplace, sous la forme  $P^{1-\gamma} T^\gamma = cte$ . Ainsi,

$$T_2 = T_0 \beta^{(\gamma-1)/\gamma} = 685 \text{ K}$$

2) La compression est adiabatique, réversible et on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle. D'après le premier principe entre la sortie et l'entrée du compresseur,

$$\Delta h = w + 0$$

Comme le fluide est un gaz parfait, on a d'après la loi de Joule :

$$\Delta h = c_p \Delta T \Rightarrow w = c_p (T_2 - T_0) = c_p T_0 (\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1) = 412 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

3) Comme un échangeur ne contient pas de parties mobiles, le travail  $w'$  est la somme des travaux reçus dans les étages basse et haute pression. Pour les BP et les HP, on peut appliquer le même raisonnement que dans les deux premières questions. Il vient :

$$w' = w_{\text{BP}} + w_{\text{HP}} = c_p T_0 (\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2)$$

4) Lorsque  $P_1 = \sqrt{P_0 P_2}$  :

$$\beta_1 = \beta_2 = \sqrt{\frac{P_2}{P_0}} = 5$$

5) En repartant de la loi de Laplace,

$$T'_2 = T_1 = T_0 \times \beta^{(\gamma-1)/\gamma} = 432 \text{ K}$$

Cette température est donc nettement moins élevée (250 K de différence) que la température  $T_2$  obtenue en sortie du compresseur mono-étagé.

6) On déduit de ce qui précède :

$$w' = 2c_p (T'_2 - T_0) = 319 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ce qui représente un gain d'environ 25 % par rapport au compresseur mono-étagé. En plus de permettre des températures moins élevées, l'utilisation de compresseurs étagés est également plus économique.

### Ex. n°8 • Réfrigérant à eau



7909

1) On note  $\mathcal{P}_{\text{eau} \rightarrow \text{air}}$  la puissance thermique transférée de l'eau vers l'air, et  $\mathcal{P}_{\text{air} \rightarrow \text{eau}}$  celle de l'air vers l'eau. Puisque l'échangeur est parfaitement calorifugé :  $\mathcal{P}_{\text{eau} \rightarrow \text{air}} = -\mathcal{P}_{\text{air} \rightarrow \text{eau}}$ .

Premier principe industriel sur l'air :

$$D_a \Delta h_a = \mathcal{P}_{\text{eau} \rightarrow \text{air}} \Rightarrow D_a c_p (T_0 - T_1) = \mathcal{P}_{\text{eau} \rightarrow \text{air}}$$

Premier principe industriel sur l'eau :

$$D_e \Delta h_e = \mathcal{P}_{air \rightarrow eau} \Rightarrow D_e c (T_s - T_e) = \mathcal{P}_{air \rightarrow eau}$$

On somme les deux expressions obtenues :

$$D_a c_p (T_0 - T_1) + D_e c (T_s - T_e) = 0 \Rightarrow T_s = T_e + \frac{D_a c_p}{D_e c} (T_1 - T_0) = 15,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

2) On applique le deuxième principe sur { l'air + l'eau } qui est un système parfaitement calorifugé, donc  $S_e = 0$ .

$$\Delta \dot{S} = \dot{S}_c \text{ avec : } \Delta \dot{S} = D_a \Delta s_{GP} + D_e \Delta s_L = D_a c_p \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right) + D_e c \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right)$$

On en déduit le débit d'entropie créée :

$$\dot{S}_c = D_a c_p \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right) + D_e c \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right) = 1,2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ex. n°9 • Cycle de réfrigération en 8 étapes



5752

1)

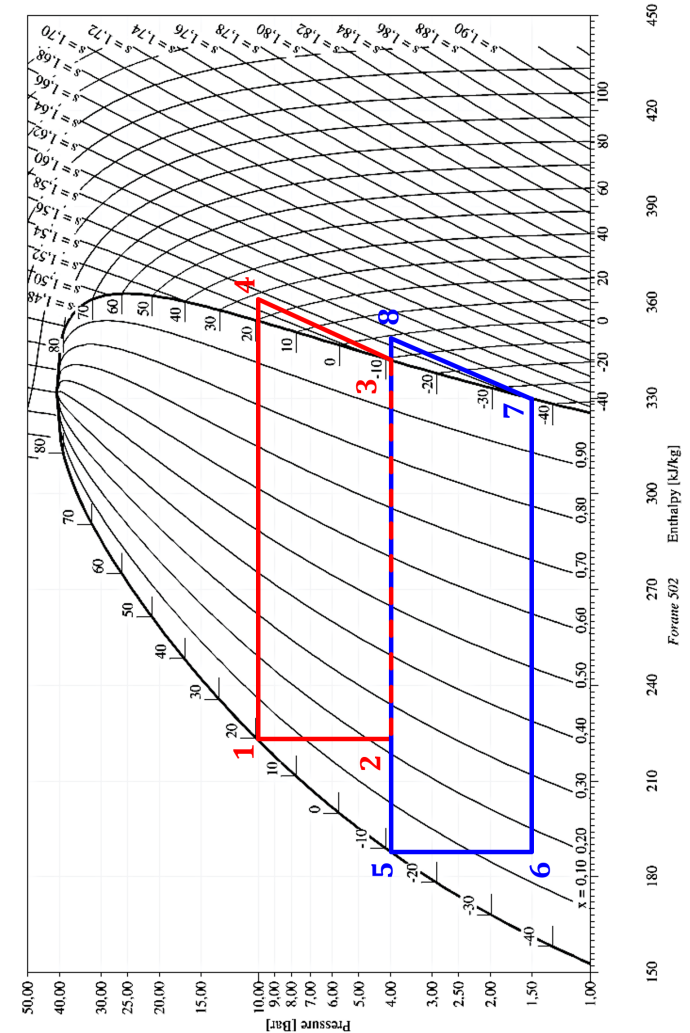


Diagramme des frigorigènes du Forane 502 ( $s$  en  $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )

2) Par lecture graphique :

État	$h \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}$	$P \text{ (bar)}$	$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	$x$
1	225	10,0	20	0
2	225	4,0	-12	0,23
3	340	4,0	-12	1
4	360	10,0	27	1
5	190	4,0	-12	0
6	190	1,5	-37	0,15
7	330	1,5	-37	1
8	350	4,0	0	1

3) Théorème des moments :

$$x_2 = \frac{h_2 - h_5}{h_3 - h_5} = 0,23$$

4) Le premier principe industriel donne que la variation d'enthalpie massique est égale au travail massique utile dans les compresseurs. Ainsi :

$$\mathcal{P}_{\text{CPHP}} = D_{\text{HP}} (h_4 - h_3) = 46,8 \text{ kW} \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{\text{CPBP}} = D_{\text{BP}} (h_8 - h_7) = 30,0 \text{ kW}$$

5) Dans ces composants sans partie mobile, le transfert thermique est égal à la variation d'enthalpie, soit :

$$\mathcal{P}_{\text{th,e}} = D_{\text{BP}} (h_7 - h_6) = 210 \text{ kW} \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{\text{th,c}} = D_{\text{HP}} (h_1 - h_4) = -316 \text{ kW}$$

6) Par définition :

$$\text{COP} = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th,e}}}{\mathcal{P}_{\text{CPHP}} + \mathcal{P}_{\text{CPBP}}} = 2,73$$

7) Pour un cycle de Carnot :

$$\text{COP}_c = \frac{T_F}{\Delta T} = 4,14$$

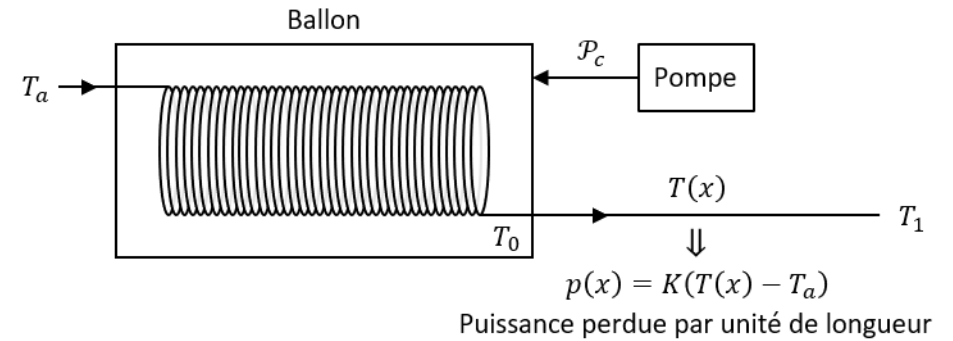
La machine fonctionne donc à 66 % du rendement théorique de Carnot, ce qui est très correct !

Ex. n°10 • Débit optimum d'un réseau d'eau chaude



6171

1)



2) On a la relation :

$$p = K (T(x) - T_a)$$

avec  $p$  en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1}$ . On en déduit que  $K$  s'exprime en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Il s'agit de l'unité d'une **conductivité thermique**.

$1/K$  est également homogène à une **résistance thermique par unité de longueur**.

3) Si le débit est trop grand, alors  $T_0$  ne sera pas suffisamment élevé (la puissance de la pompe n'est pas infinie). Cas limite : si  $D_m \rightarrow \infty$ , alors  $T_0 \rightarrow T_a$  donc  $T_1 \rightarrow T_a$ .

Si le débit est trop faible, alors les pertes thermiques dans le tuyau jusqu'à la salle de bain seront trop grande. Cas limite : si  $D_m \rightarrow 0$ , alors  $T_1 \rightarrow T_a$ .

4) Premier principe industrielle sans variation d'énergie mécanique :

$$D_m (h_s - h_e) = \mathcal{P}_{\text{th}} + \mathcal{P}_u$$

5) Premier principe dans le ballon :

$$D_m \Delta h = \mathcal{P}_c \Rightarrow D_m c (T_0 - T_a) = \mathcal{P}_c$$

Premier principe dans le tuyau de longueur  $dx$  :

$$D_m c (T(x + dx) - T(x)) = -p dx \Rightarrow D_m c \frac{dT}{dx} = -p = -K (T(x) - T_a)$$

où le signe « - » fait du fait qu'on doit mettre des puissances **reçues** dans le premier principe.

Ainsi,

$$\frac{dT}{dx} + \frac{T}{\delta} = \frac{T_a}{\delta} \quad \text{avec :} \quad \delta = \frac{D_m c}{K}$$

La solution s'écrit :

$$T(x) = T_a + (T_0 - T_a) e^{-x/\delta} = T_a + \frac{\mathcal{P}_c}{D_m c} \exp\left(-\frac{Kx}{D_m c}\right)$$

La température de l'eau dan la salle de bain vaut donc :

$$T_1(D_m) = T_a + \frac{\mathcal{P}_c}{D_m c} \exp\left(-\frac{KL}{D_m c}\right)$$

On veut maximiser cette température. On cherche quand la dérivée s'annule.

$$\frac{dT_1}{dD_m} = 0 = -\frac{1}{D_m^2} \left[ \frac{\mathcal{P}_c}{c} - \frac{\mathcal{P}_c KL}{D_m c^2} \right] \exp\left(-\frac{KL}{D_m c}\right) \Rightarrow \boxed{D_m = \frac{LK}{c}}$$

Dans ce cas,  $T_1$  vaut :

$$\boxed{T_1 = T_a + \frac{\mathcal{P}_c}{LK} e^{-1}}$$

## POUR S'ENTRAÎNER AU DS

### Ex. n°11 • Étude d'un turboréacteur

★★★

1679

1) Dans le diffuseur, il n'y a ni pièce mobile ni transfert thermique, donc en négligeant la pesanteur, le premier principe donne :

$$\Delta \left( h + \frac{v^2}{2} \right) = 0$$

La vitesse en sortie est négligeable et celle en entrée vaut  $v_a$ , et on a un gaz supposé parfait, donc  $\Delta h = c_p \Delta T$ . On en déduit :

$$\boxed{T_2 = T_1 + \frac{v_a^2}{2c_p} = 344 \text{ K}}$$

2) La transformation est adiabatique et réversible donc isentropique : on peut utiliser la loi de Laplace (valable également en présence d'une énergie cinétique car découlant de l'identité thermodynamique)

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = cte \Rightarrow \boxed{P_2 = P_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 24,0 \text{ kPa}}$$

3) Le compresseur est adiabatique et on néglige pesanteur et énergie cinétique. Le premier principe s'écrit donc :

$$\Delta h = c_p (T_3 - T_2) = w_{comp}$$

Pour avoir la puissance, on multiplie par le débit massique :

$$\boxed{\mathcal{P}_{comp} = D_m c_p (T_3 - T_2) = 6,7 \text{ MW}}$$

4) D'après l'énoncé, tout le travail fourni par la turbine est reçu par le compresseur, donc  $w_{turb} = -w_{comp}$ . Le premier principe dans la turbine (adiabatique) donne :

$$\Delta h = c_p (T_5 - T_4) = w_{turb}$$

On en déduit alors :

$$c_p (T_5 - T_4) = -c_p (T_3 - T_2) \Rightarrow \boxed{T_5 = T_4 + T_2 - T_3 = 1,26 \times 10^3 \text{ K}}$$

Par ailleurs, l'échauffement étant isobare :

$$P_4 = P_3 = 10P_2 = 5,59 \times 10^5 \text{ Pa}$$

On utilise à nouveau la loi de Laplace dans la turbine (isentropique) :

$$\boxed{P_5 = P_4 \left( \frac{T_4}{T_5} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 2,4 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

5) La tuyère est adiabatique et ne présente pas de pièces mobiles ( $w_u = q = 0$ ) mais l'énergie cinétique en sortie n'est pas négligeable. Le premier principe s'écrit :

$$\Delta \left( h + \frac{v^2}{2} \right) = 0 \Rightarrow c_p (T_6 - T_5) + \frac{v_s^2}{2} = 0$$

Ainsi,

$$\boxed{v_s = \sqrt{2c_p (T_5 - T_6)} = 1,13 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

6) La puissance recherchée est celle reçue par l'avion de la part de l'air dans le référentiel terrestre, soit

$$\mathcal{P} = \vec{F}_{\text{air/avion}} \cdot \vec{v}_{\text{avion/sol}} = D (v_s - v_a) v_a = 10,2 \text{ MW}$$



7) Le rendement est :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{chamb}} = 22 \%$$

Ce rendement est inférieur aux machines thermiques motrices usuelles (moteur de voiture : rendement de 30 à 40 %).

**Ex. n°12 • Utiliser le CO<sub>2</sub> comme fluide frigorigène**



9178

1) Cf. diagramme ci-après. Le point critique (point  $C$ ) est le point au-delà duquel il n'est plus possible de différencier une phase liquide d'une phase gazeuse : le fluide est dans l'état supercritique.

$$P_C = 73 \text{ bar} \quad \text{et} \quad T_C = 31 \text{ °C}$$

2) Par définition :

$$\Delta_{vap}h(T = 0 \text{ °C}) = h_1 - h_A = 433 - 200 = 233 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

3) Par définition :

$$c = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$$

Pour un liquide, on peut approximer l'expression à :

$$c \simeq \frac{\Delta h}{\Delta T}$$

Il suffit que les deux points choisis ne soit pas trop éloignés de la température souhaitée pour que cette approximation soit bonne. Prenons les points  $B$  et  $D$ .

$$c \simeq \frac{h_B - h_D}{T_B - T_D} = \frac{213 - 188}{10} = 2,5 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

4) Le cycle est représenté ci-après.

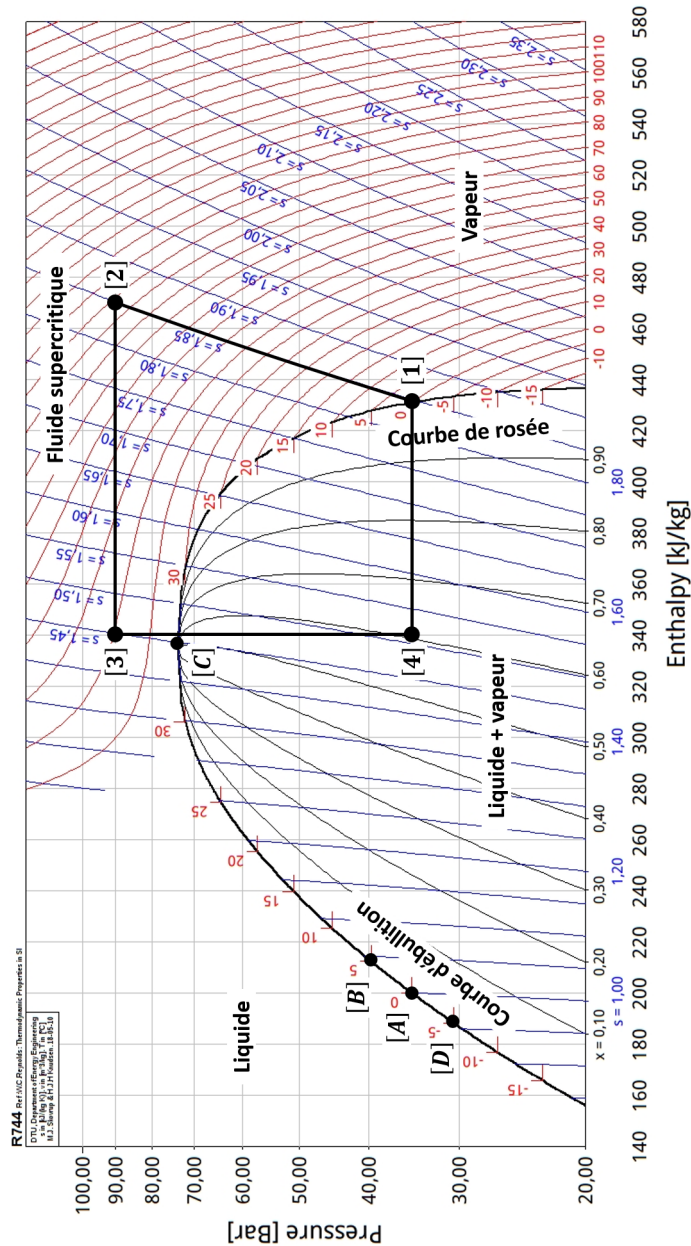
État (1) : on part de vapeur saturante sèche, ce qui signifie que l'état (1) est sur la courbe de saturation, à droite du domaine diphasé.

Étape (1)  $\rightarrow$  (2) : la compression est isentropique, donc suit une isentrope (courbe bleue). L'état (2) est atteint au croisement de l'isobare (horizontale)  $P = P_2 = 90 \text{ bar}$ .

Étape (2)  $\rightarrow$  (3) : les isobares sont horizontales. Le point (3) est atteint au croisement avec l'isotherme  $T = T_3 = 40 \text{ °C}$ .

Étape (3)  $\rightarrow$  (4) : aucun travail n'est échangé dans un détendeur. Comme la détente est de plus adiabatique, alors d'après le premier principe elle est isenthalpique, et se représente donc par une verticale. L'état (4) est atteint au croisement avec l'isobare  $P = P_1 = 35 \text{ bar}$ .

Étape (4)  $\rightarrow$  (1) : c'est une isobare, donc une horizontale jusqu'à retrouver l'état (1).



évaporateur sans échange de travail (pas de pièces mobiles) mais seulement un transfert thermique massique  $q_f$ , alors d'après le premier principe pour un écoulement stationnaire :

$$h_1 - h_4 = 0 + q_f \Rightarrow q_f = 433 - 340 = 93 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

7) Dans un cycle frigorifique, c'est le travail de compression  $w_u$  au cours de l'étape (1)  $\rightarrow$  (2) qui est coûteux. On peut supposer ici la source chaude gratuite puisque l'étape de refroidissement (2)  $\rightarrow$  (3) se fait intégralement à des températures supérieures à la température ambiante. La compression étant adiabatique, d'après le premier principe :

$$h_2 - h_1 = w_u + 0 \Rightarrow w_u = 470 - 433 = 37 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

L'efficacité vaut donc :

$$e = \frac{q_f}{w_u} = 2,5$$

Cette valeur d'efficacité est typique des machines frigorifiques. Dans le cas présent, elle pourrait probablement être améliorée en laissant l'étape (2)  $\rightarrow$  (3) se poursuivre jusqu'à une température plus faible, typiquement la température ambiante.

5) Un cycle frigorifique est toujours parcouru en sens trigonométrique, ce qui correspond bien à l'ordre dans lequel les étapes sont décrites.

6) L'échange avec la source froide a lieu lors de l'étape (4)  $\rightarrow$  (1). Si elle se fait dans un